

دفترچه شماره ۱

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سرانسر گاج

گزینه درستی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

سوالات آزمون

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سؤال		تعداد سؤال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از			
۴۵ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	ریاضی ۱	۱
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۱	
۲۵ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک ۱	۲
۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی ۱	۳



ریاضی (۱)

۱- اگر $b^6 = \sqrt[5]{a}$ باشد، ریشه سوم a^2 کدام است؟

- (۱) b^2 (۲) b^1 (۳) b^3 (۴) b^6

۲- اگر $\sqrt[5]{-100}$ بین دو عدد متوالی n و $n+1$ باشد و $\sqrt[4]{200}$ بین دو عدد متوالی m و $m-1$ باشد، حاصل $n+m$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۱

۳- اگر $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a} < \dots < \sqrt[3]{a}$ باشد، حدود a کدام است؟

- (۱) $0 < a < 1$ (۲) $a > 1$ یا $a < 0$ (۳) $a > 1$ (۴) $-1 < a < 0$

۴- کدام یک از گزینه‌های زیر به ازای هر $n \geq 2$ ، صحیح است؟

(۱) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a+b}$ (۲) $\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{-b} = \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$

(۳) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ (۴) $(\sqrt[n]{a})^n = a$

۵- ریشه پنجم $\sqrt[5]{768} - \sqrt[5]{27}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[5]{3}$ (۲) $\sqrt[5]{3}$ (۳) ۳ (۴) ۸۱

۶- حاصل عبارت $\frac{4(\sqrt[5]{8})^{\frac{1}{6}} - 3\sqrt[3]{3^0/3}}{(\sqrt{2})^{2/5}}$ را به صورت یک عدد توان دار با توان مثبت $\frac{1}{m}$ ($m \in \mathbb{N}$) و پایه n نوشته‌ایم. کم‌ترین مقدار $m + \frac{1}{n}$ کدام است؟

- (۱) $10/5$ (۲) ۷ (۳) $2/1$ (۴) ۱۲

۷- اگر $2^m = \sqrt[3]{3}$ و $3^n = \sqrt{2}$ باشد، حاصل $\frac{(2^{n-1})^m}{(3^{m+1})^n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt[3]{2} \times \sqrt{3}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3}}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt{2}}$

۸- اگر $-\sqrt{18}$ ، $(0/25)^x$ و $\sqrt{50}$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار x چه قدر است؟

- (۱) $-0/75$ (۲) $0/75$ (۳) $-0/25$ (۴) $0/25$

محل انجام محاسبات



۹- اگر حاصل $\sqrt[5]{A} \times \sqrt{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[5]{\sqrt{A}}$ برابر با $\sqrt[5]{A}$ باشد، مقدار A کدام است؟

- (۱) $13 + 3\sqrt{3}$ (۲) $8 + 6\sqrt{3}$ (۳) $10 + 6\sqrt{3}$ (۴) 10

۱۰- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\sqrt[5]{\frac{1}{27}} = 3^{-0/6}$ (۲) $((-27)^4)^{\frac{1}{3}} = 81$
(۳) $(-27)^{\frac{1}{3}} = -3$ (۴) $27^{\frac{1}{5}} = \sqrt[5]{9}$

۱۱- کدام گزینه عاملی برای عبارت $x^5 - 81x$ نیست؟

- (۱) $x^2 - 3x$ (۲) $x^2 + 9$ (۳) $x + 3$ (۴) $x - 9$

۱۲- اگر x و y دو عدد باشند به طوری که $x - y = 2$ و $xy = 1$ باشد، حاصل $x^3 - y^3$ کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 16 (۳) 8 (۴) 14

۱۳- اگر $A = x^4 - 1$ و $B = x^3 - x^2 - x + 1$ باشد، در این صورت عامل مشترک A و B کدام است؟

- (۱) $x^2 - 1$ (۲) $(x - 1)^2$ (۳) $x^2 + 1$ (۴) $(x + 1)^2$

۱۴- اگر $a - \frac{1}{a} = \sqrt{21}$ باشد، مقدار مثبت $a^3 + \frac{1}{a^3}$ کدام است؟

- (۱) 120 (۲) 110 (۳) 125 (۴) 105

۱۵- با گویا کردن مخرج کسر $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ ، صورت کسر حاصل چند برابر $(1-\sqrt{x})$ است؟

- (۱) $1 + \sqrt{x^2} + \sqrt{x}$ (۲) $1 + \sqrt{x} + \sqrt{x}$
(۳) $1 + \sqrt{x^2} - \sqrt{x}$ (۴) $1 - \sqrt{x} + \sqrt{x}$

۱۶- در حل معادله $x(x + \frac{1}{x}) = \frac{1}{x}$ به روش مربع کامل، در طرف دوم تساوی از کدام عدد جذر می‌گیریم؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{7}{64}$

۱۷- مجموع جواب‌های معادله $-7 = 2(2x-1) + (2x-1)^2$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) 2 (۳) 4 (۴) صفر

محل انجام محاسبات



۱۸- اگر معادله $(1-m)x^2 - 2mx + (m+1) = 0$ دارای ریشه مضاعف باشد، مقدار این ریشه مثبت کدام است؟

(۴) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$

(۲) $\sqrt{2}-1$

(۱) $1+\sqrt{2}$

۱۹- اگر $x = -2$ ریشه‌ای از معادله $mx^2 + 2x - m = 5$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

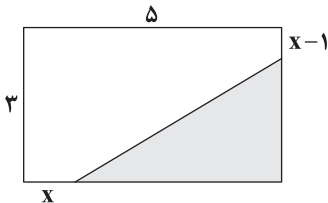
(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{8}{3}$

(۱) $\frac{5}{3}$

۲۰- اگر مساحت قسمت سایه‌خورده ۲۰ درصد مساحت مستطیل باشد، مقدار x کدام است؟



(۱) ۳

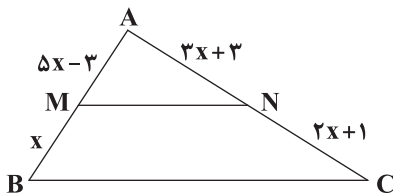
(۲) ۲

(۳) ۷

(۴) $1/5$

هندسه (۱)

۲۱- در شکل زیر MN موازی BC است. نسبت MN به BC چقدر است؟



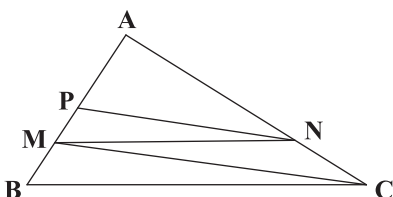
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{4}{3}$

۲۲- در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $PN \parallel MC$ است. اگر $AP = \frac{3}{2}PM$ باشد، مساحت مثلث MPN چند درصد مساحت مثلث MBC است؟



(۱) ۵۰

(۲) ۳۶

(۳) ۴۲

(۴) ۶۴

۲۳- در یک دوزنقه متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۴ و $2/5$ و طول ساق ۳ واحد است. از نقطه تلاقی قطرهای خطی موازی قاعده‌ها رسم می‌کنیم

تا ساق‌ها را به دو قسمت تقسیم کنیم. طول قطعه کوچک‌تر ایجاد شده روی ساق‌ها چند واحد است؟

(۴) $\frac{15}{13}$

(۳) $\frac{14}{13}$

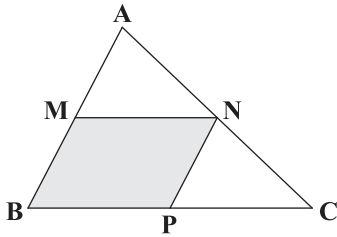
(۲) $\frac{16}{15}$

(۱) $\frac{17}{15}$

محل انجام محاسبات



۲۴- در شکل زیر مساحت متوازی الاضلاع نصف مساحت مثلث ABC است. نسبت AM به BM چقدر است؟



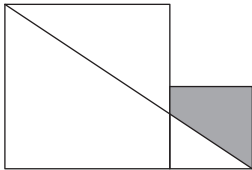
$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

۲۵- دو مربع به اضلاع $\frac{1}{5}$ و ۲ واحد کنار هم قرار گرفته‌اند. مساحت قسمت سایه‌خورده چند واحد مربع است؟



$$\frac{23}{14} \quad (1)$$

$$\frac{45}{28} \quad (2)$$

$$\frac{13}{14} \quad (3)$$

$$\frac{27}{28} \quad (4)$$

۲۶- مثلثی با طول اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۸ با مثلثی دیگر به طول اضلاع x , $x+1$, y متشابه است. بیشترین مقدار $x+y$ کدام است؟

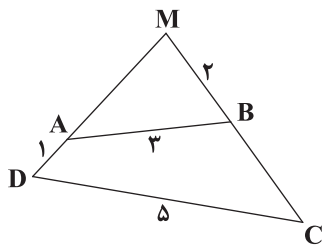
$$\frac{23}{7} \quad (4)$$

$$\frac{23}{3} \quad (3)$$

$$\frac{26}{7} \quad (2)$$

$$\frac{26}{3} \quad (1)$$

۲۷- در چهارضلعی ABCD زوایای روبه‌رو مکمل‌اند. طول AM چقدر است؟



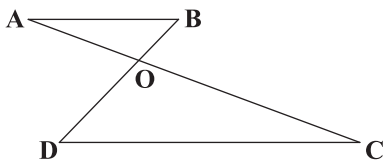
$$\frac{7}{3} \quad (1)$$

$$\frac{10}{3} \quad (2)$$

$$\frac{13}{3} \quad (3)$$

$$\frac{8}{3} \quad (4)$$

۲۸- در شکل زیر $AB \parallel CD$ است. اگر OB ثلث OD باشد و $AC=12$ واحد باشد، اختلاف OA و OC چقدر است؟



$$5 \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$

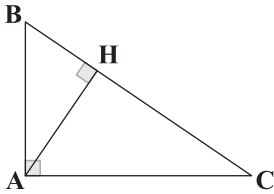
$$3 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۲۹- در مثلث قائم‌الزاویه زیر ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو پاره‌خط به طول‌های ۹ و ۱۲ واحد تقسیم کرده است. طول AC چقدر است؟



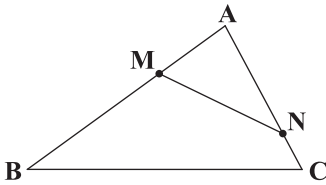
(۱) $3\sqrt{21}$

(۲) $3\sqrt{7}$

(۳) $6\sqrt{7}$

(۴) $\sqrt{21}$

۳۰- در مثلث ABC ، نقاط M و N به ترتیب روی اضلاع AB و AC طوری انتخاب شده است که $AM = \frac{1}{3}BM = 2$ و $CN = \frac{1}{4}AC = 1$ است.



اگر محیط مثلث ABC ، ۱۵ واحد باشد، طول MN چقدر است؟

(۱) $2/5$

(۲) $3/5$

(۳) ۲

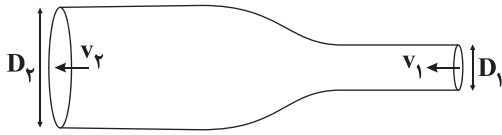
(۴) ۳



سایت کنکور



۳۱- در لوله‌ای به شکل زیر، شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا در حال حرکت است. اگر تندی شاره در قسمت پهن لوله، $\frac{1}{4}$ قسمت باریک باشد،

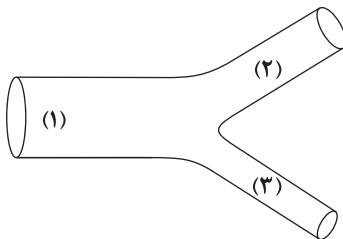


نسبت $\frac{D_1}{D_2}$ برابر کدام گزینه است؟

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{8}$ (۴)

۳۲- مطابق شکل زیر، شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا در لوله (۱) با تندی $20 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. لوله (۱) در ادامه به دو لوله (۲) و (۳) منشعب می‌شود. اگر سطح مقطع لوله (۲) و (۳) به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{4}$ سطح مقطع لوله (۱) و هم‌چنین آهنگ شارش حجمی شاره در لوله (۲)، ۳ برابر آهنگ شارش حجمی شاره در لوله (۳) باشد، تندی جریان شاره در لوله‌های (۲) و (۳) به ترتیب از راست به چپ، چند متر بر ثانیه است؟



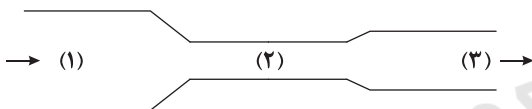
۵ ، ۳۰ (۱)

۱۰ ، ۴۰ (۲)

۲۰ ، ۱۰ (۳)

۱۵ ، ۳۰ (۴)

۳۳- در شکل زیر، آب حجم لوله‌ها را پر کرده و به صورت پیوسته و پایدار در لوله‌های افقی با سطح مقطع‌های متفاوت جاری است. کدام گزینه صحیح است؟ (v نشان دهنده تندی و P نشان دهنده فشار شاره است.)



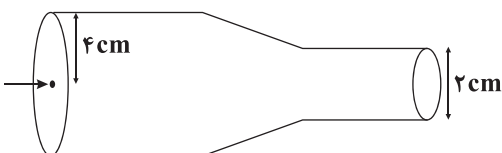
$P_1 < P_2 < P_3$ و $v_3 < v_2 < v_1$ (۱)

$P_2 > P_1 > P_3$ و $v_3 > v_1 > v_2$ (۲)

$P_1 > P_3 > P_2$ و $v_2 > v_3 > v_1$ (۳)

$P_2 > P_3 > P_1$ و $v_1 > v_3 > v_2$ (۴)

۳۴- در لوله شکل زیر، آب با آهنگ $60 \frac{L}{min}$ در حال وارد شدن به لوله می‌باشد. تندی آب در هنگام خارج شدن از لوله چند متر بر ثانیه می‌باشد؟ (جریان آب درون لوله پایا و لایه‌ای است و $\pi = 3$)



۰/۵ (۲)

۱۰ (۱)

۰/۲۵ (۴)

3×10^{-3} (۳)

محل انجام محاسبات



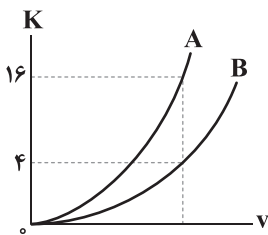
۳۵- کدام گزینه تعریف صحیحی از اصل برنولی می باشد؟

- (۱) در حالت پایا و در مدت زمان یکسان، آهنگ شارش حجمی شاره در هر سطح مقطع لوله، یکسان می باشد.
 (۲) برای شاره‌ای که در امتداد افق و به صورت لایه‌ای حرکت می کند، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی آن، فشار آن نیز افزایش می یابد.
 (۳) در حالت پایا با کم تر شدن سطح مقطع لوله آهنگ شارش حجمی شاره نیز افزایش می یابد.
 (۴) برای شاره‌ای که در امتداد افق و به صورت لایه‌ای حرکت می کند، در مسیر حرکت شاره با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می یابد.

۳۶- جرم یک شهاب سنگ 200 kg و تندی آن $2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ است. انرژی جنبشی آن چند مگاژول است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) 2×10^8 (۴) ۶۰۰

۳۷- نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی برای دو جسم A و B، مطابق شکل زیر است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟



- (۱) ۲
 (۲) ۴
 (۳) ۶
 (۴) ۲/۵

۳۸- اتومبیلی با تندی v در حال حرکت است. اگر تندی آن ۲۰ درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد کاهش می یابد؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۱۸ (۳) ۳۶ (۴) ۲۰

۳۹- جرم جسمی 4 kg و انرژی جنبشی آن K_1 می باشد. اگر $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به تندی آن بیفزاییم، ۱۲۵ درصد به انرژی جنبشی آن افزوده می شود. در

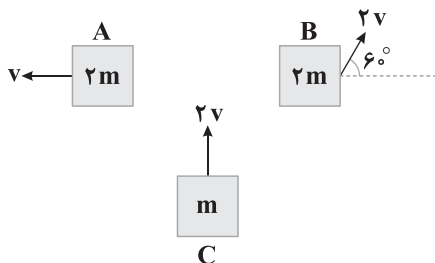
این صورت K_1 چند ژول است؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۰۷ (۴) ۱۰۰

۴۰- اگر از جرم جسمی ۲۰ درصد کم کرده و به تندی آن ۱۰۰ درصد اضافه کنیم، انرژی جنبشی آن چند برابر می شود؟

- (۱) ۰/۸ (۲) ۱/۶ (۳) ۲/۴ (۴) ۳/۲

۴۱- رابطه بین انرژی جنبشی جسم‌های زیر در کدام گزینه به درستی آمده است؟



$$K_B = 2K_C = 4K_A \quad (1)$$

$$4K_B = 2K_C = K_A \quad (2)$$

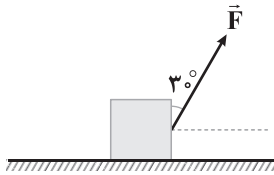
$$2K_B = 4K_C = K_A \quad (3)$$

$$2K_B = K_C = K_A \quad (4)$$

محل انجام محاسبات



۴۲- در شکل زیر، جسم تحت تأثیر نیروی \vec{F} به بزرگی 20 N روی سطح افقی به حرکت در می‌آید و در هر ثانیه 30 cm جابه‌جا می‌شود. کار



انجام شده توسط این نیرو در مدت 4 s بر روی این جسم چند ژول است؟

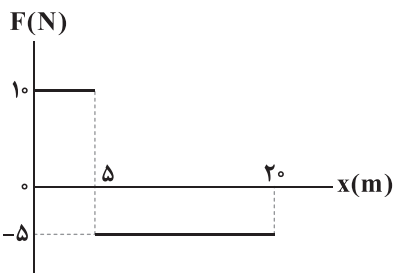
(۱) ۲۴

(۲) $24\sqrt{3}$

(۳) ۱۲

(۴) $12\sqrt{3}$

۴۳- نمودار نیروی وارد بر جسمی بر حسب مکان آن، مطابق شکل زیر است. اگر جسم روی سطح افقی حرکت کند، کار نیروی \vec{F} بر روی این جسم



در 20 m جابه‌جایی چند ژول است؟ (نیروی \vec{F} را افقی در نظر بگیرید.)

(۱) ۱۲۵

(۲) -۷۵

(۳) ۵۰

(۴) -۲۵

۴۴- جسمی به جرم 4 kg تحت تأثیر نیروی خالص \vec{F} از حال سکون با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ شروع به حرکت می‌کند. کار کل انجام شده روی این جسم

در 15 m ابتدای مسیر چند ژول است؟

(۴) -۶۰۰

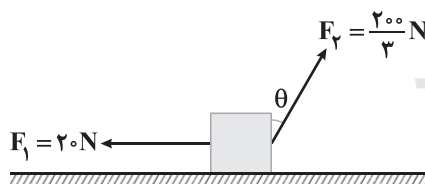
(۳) ۳۰۰

(۲) -۳۰۰

(۱) ۶۰۰

۴۵- جسم نشان داده شده تحت تأثیر هم‌زمان دو نیروی \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به اندازه 30 m به سمت راست در راستای افقی جابه‌جا شده است. اگر کار کل

انجام شده روی جسم برابر با 400 J باشد، θ چند درجه است؟ (از اصطکاک بین جسم و سطح صرف نظر کنید.)



(۱) ۴۵

(۲) ۶۰

(۳) ۳۰

(۴) ۵۳

۴۶- جسمی به جرم 2 kg در اثر نیروی \vec{F} با شتاب $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به اندازه 10 m در راستای قائم بالا می‌رود. کار نیروی وزن در این جابه‌جایی چند ژول

است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

(۴) ۸۰۰

(۳) -۸۰۰

(۲) ۲۰۰

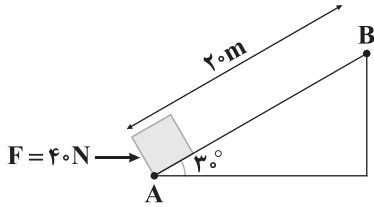
(۱) -۲۰۰

محل انجام محاسبات



۴۷- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 8 kg تحت تأثیر نیروی افقی \vec{F} روی سطح شیب‌دار از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. در این

جابه‌جایی، کار نیروی \vec{F} و کار نیروی وزن بر روی جسم به ترتیب از راست به چپ، چند ژول است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



(۱) $800, 400\sqrt{3}$

(۲) $-800, 400\sqrt{3}$

(۳) $400, 800$

(۴) $-400, 800$

۴۸- به جسمی چندین نیرو به صورت هم‌زمان وارد می‌شوند و جسم 12 m جابه‌جا می‌شود. اندازه یکی از نیروهای وارد شده بر این جسم برابر

با 20 N می‌باشد. بیشترین کار ممکن انجام‌شده توسط این نیرو بر روی این جسم در این جابه‌جایی چند ژول است؟

(۴) 320

(۳) 280

(۲) 360

(۱) 240

۴۹- جسمی تحت تأثیر نیرویی به بزرگی F به اندازه d جابه‌جا می‌شود. اگر 20% درصد از نیرو کاسته و 20% درصد به جابه‌جایی جسم بیفزاییم، کار

انجام‌شده بر روی این جسم چند برابر می‌شود؟

(۴) $0/8$

(۳) $0/56$

(۲) $0/24$

(۱) $0/96$

۵۰- کدام گزینه در ارتباط با کمیت کار درست است؟

(۱) کمیتی برداری است، زیرا نیرو کمیتی برداری است.

(۲) یکای فرعی آن $\frac{\text{kg.m}^2}{\text{s}^2}$ است.

(۳) برای محاسبه کار در تمام حالات از رابطه $W = Fd\cos\theta$ استفاده می‌کنند.


(۴) اگر جسمی را با نیروی افقی F هل دهیم نسبت به حالتی که با نیروی افقی F می‌کشیم، کار بیشتری روی آن انجام می‌دهیم.


سایت کنکور



۵۱- با توجه به جدول زیر که بخشی از جدول دوره‌های عنصرها را نشان می‌دهد، چه تعداد از عبارات‌های پیشنهاد شده درست هستند؟

گروه \ دوره	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
۲	A	X	D	E	G
۳	M		Q		R

• مدل فضا پرکن مولکول حاصل از X و G به صورت  است.

• مدل فضا پرکن مولکول حاصل از Q و هیدروژن به صورت  است.

• عنصرهای A و M در ترکیب با عنصر G ترکیب‌های یونی به وجود می‌آورند که در هر کدام شمار کاتیون‌ها، سه برابر شمار آنیون‌ها است.

• نیمی از این عنصرها در دما و فشار اتاق به شکل مولکول‌های دواتمی وجود دارند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

(۱) سه عنصر نخست گروه چهاردهم جدول تناوبی، تمایلی به تشکیل یون تک‌اتمی ندارند.

(۲) نخستین عنصر گروه دوم جدول دوره‌ای، کاتیون تک‌اتمی پایدار تشکیل نمی‌دهد.

(۳) هر کدام از فلزهای گروه اول با از دست دادن تک‌الکترون ظرفیتی خود، به آرایش هشت‌تایی پایدار می‌رسند.

(۴) شمار الکترون‌های جفت‌نشده در آرایش الکترون - نقطه‌ای Mg ۱۲ و S ۱۶ با هم برابر است.

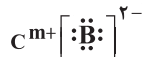
۵۳- در چه تعداد از ترکیب‌های زیر، هر کدام از اتم‌ها به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند؟

NH_3 • CaO • SOF_2 • N_2O • Al_2O_3 •

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۵۴- شکل زیر مربوط به دو ترکیب یونی X و Y است. شمار الکترون‌های مبادله شده برای تشکیل هر مول X و Y از اتم‌های سازنده آن‌ها به

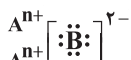
ترتیب چند مول الکترون است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



۱) ۴ و ۶



۲) ۲ و ۶



۳) ۴ و ۱۲

(X)

(Y)

۴) ۲ و ۱۲

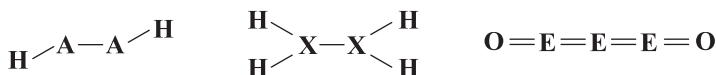
محل انجام محاسبات



۵۵- در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع چه تعداد از اجزا در نمونه هوای اولیه، هم میعان و هم تبخیر می‌شوند؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

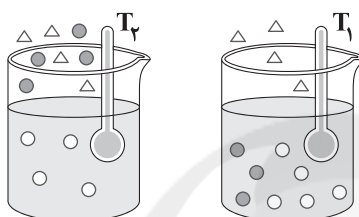
۵۶- در هر کدام از ساختارهای زیر، تمامی اتم‌ها به جز H، قاعده هشت تایی را رعایت می‌کنند. با توجه به آن‌ها مقایسه میان شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم‌های A، X و E به کدام صورت درست است؟



- E > A > X (۴) A > X > E (۳) E > X > A (۲) A > E > X (۱)

۵۷- با توجه به داده‌های جدول و شکل‌های زیر، دماهای T_۱ و T_۲ برحسب کلونین کدام مقادیر می‌توانند باشند و A و X به ترتیب کدام مواد هستند؟

ماده	نقطه جوش (°C)
H _۲	-۲۵۳
N _۲	-۱۹۶
NH _۳	-۳۳



(۱) N_۲, NH_۳, ۲۰۰, ۴۰

(۲) N_۲, H_۲, ۴۰, ۲۰۰

(۳) N_۲, NH_۳, ۲۴۵, ۴۰

(۴) NH_۳, H_۲, ۴۰, ۲۲۰

۵۸- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با مدل فضا پرکن درست است؟

- آن را به صورت سه بعدی نشان می‌دهند.
- از روی آن می‌توان شمار عنصرها و شمار اتم‌های هر عنصر را تعیین کرد.
- جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن نشان داده نمی‌شود.
- پیوندهای یگانه از پیوندهای چندگانه در این مدل قابل تشخیص نیست.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۹- چه تعداد از مطالب زیر درباره اکسیژن درست است؟

- در ساختار مولکول دواتمی آن، شمار الکترون‌های ناپیوندی، ۲ برابر شمار الکترون‌های پیوندی است.
- در زیست‌کره در ساختار همه مولکول‌های زیستی مانند چربی‌ها، پروتئین‌ها و هیدروکربن‌ها یافت می‌شود.
- تمام واکنش‌های شیمیایی مانند فرسایش سنگ و صخره، زنگ زدن، فساد مواد غذایی و ... که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.
- در هواکره به طور عمده به شکل O_۲ وجود دارد، هر چند مقدار این گاز در لایه‌های گوناگون هواکره با هم تفاوت دارد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۰- اگر فشار اکسیژن در ارتفاع سه کیلومتری از سطح زمین برابر 0.143 اتمسفر باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند فشار گاز نیتروژن در ارتفاع ۳ کیلومتری و فشار گاز اکسیژن در ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین را نشان دهد؟ (گزینه‌ها برحسب اتمسفر بوده و آن‌ها را از راست به چپ بخوانید).

(۱) $0.072, 0.534$ (۲) $0.097, 0.534$ (۳) $0.072, 0.589$ (۴) $0.097, 0.589$

۶۱- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با هلیم درست است؟

- در کره زمین به مقدار خیلی کم یافت می‌شود و منابع زمینی آن از هواکره سرشارترند.
- گازی بی‌رنگ و بی‌بو بوده و در شرایط یکسان، یک میلی‌لیتر آن در مقایسه با هر گاز دیگری، جرم کم‌تری دارد.
- فراوانی آن در هوای پاک و خشک تروپوسفر بیشتر از گازهای نجیب کریپتون و زنون است.
- در ارتفاعات بالایی هواکره کاتیون He^+ یافت می‌شود.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۲- علاوه بر اکسیژن مولکولی (O_2)، عنصر اکسیژن به کدام شکل‌های زیر در هواکره وجود دارد؟

O (a)	O^+ (b)	O_2^+ (c)	O_3 (d)
(۱) d , a	(۲) d , b , a	(۳) d , c , b	(۴) d , c , b , a

۶۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با لایه تروپوسفر درست است؟

- به تقریب جرم هواکره در این لایه، ۳ برابر جرم هواکره در مجموع لایه‌های دیگر است.
- تغییر آب و هوای زمین در این لایه رخ می‌دهد.
- تنها لایه هواکره است که با افزایش ارتفاع از سطح زمین، دما کاهش می‌یابد.
- در حدود ۲۰ درصد جرم هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۶۴- علت اصلی کاربرد هلیم در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI چیست؟

- (۱) ایجاد عایق گرمایی و صوتی هنگام کارکرد دستگاه
(۲) حذف پارازیت از محیط اطراف دستگاه
(۳) خنک کردن قطعات الکترونیکی
(۴) انجام واکنش‌های هسته‌ای

۶۵- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در میان سیاره‌های سامانه خورشیدی، تنها زمین اتمسفری دارد که امکان زندگی را روی آن فراهم می‌کند.
(۲) اتمسفر زمین مخلوطی از گازهای گوناگون است که تا فاصله 500 کیلومتری از سطح زمین امتداد یافته است.
(۳) جاذبه زمین گازهای موجود در اتمسفر را پیرامون خود نگه می‌دارد و مانع از خروج آن‌ها می‌شود.
(۴) میان گازهای هواکره هیچ واکنش شیمیایی رخ نمی‌دهد و در نتیجه ترکیب درصد اجزای سازنده آن ثابت است.

محل انجام محاسبات



۶۶- کدام مطالب زیر در ارتباط با آرگون درست‌اند؟

آ) فراوان‌ترین گاز نجیب در لایه تروپوسفر بوده و مقدار آن از گاز CO_2 در هوای پاک و خشک نیز بیشتر است.

ب) نقطه جوش آن پایین‌تر از گاز نیتروژن و بالاتر از گاز اکسیژن است.

پ) واژه آرگون به معنای تنبل است زیرا واکنش‌ناپذیر است.

ت) به عنوان محیط بی‌اثر در جوشکاری، برش فلزها و در ساخت لامپ‌های رشته‌ای به کار می‌رود.

(۱) «ت»، «آ»، «پ»، «ب» (۲) «آ»، «پ»، «ت» (۳) «ب»، «پ»، «ت» (۴) «آ»، «ب»

۶۷- اگر نسبت شمار اتم مس در سولفیدی از فلز مس (ترکیب A) به شمار اتم نیتروژن در نیتریدی از فلز آهن (ترکیب B) برابر با ۲ باشد، شمار

الکترون‌های با $l=2$ در کاتیون ترکیب B، چند برابر شمار الکترون‌های با $l=0$ در کاتیون ترکیب A است؟ (عدد اتمی مس و آهن به ترتیب

۲۹ و ۲۶ است.)

(۱) $0/625$ (۲) $0/750$ (۳) $0/555$ (۴) $0/833$

۶۸- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

• هر ترکیب شامل کروم به یکی از دو صورت کروم (II) ... یا کروم (III) ... نام‌گذاری می‌شود.

• پلاتین همانند طلا به حالت آزاد در طبیعت یافت می‌شود.

• نام دیگر سیلیس، سیلیسیم دی‌اکسید است.

• بوکسیت نام سنگ معدن آلومینیم است که حاوی آلومینیم هیدروکسید به همراه ناخالصی می‌باشد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۹- مولکول حاصل از ترکیب کدام عنصرها می‌تواند شامل ۵ اتم باشد؟ (در هر کدام از مولکول‌ها، تمامی اتم‌ها قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کنند.)

Cl, P (c) Br, Si (b) O, N (a)

c, a (۴) c, b (۳) b, a (۲) فقط b (۱)

۷۰- در ساختار لوویس کدام مولکول زیر تفاوت میان شمار الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی عدد بزرگ‌تری است؟

HCN (۴) CS_2 (۳) CH_2O (۲) CO (۱)

دفترچه شماره ۲

آزمون شماره ۱۳

جمعه ۱۴۰۱/۱۰/۰۲



آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۱

پاسخ‌های تشریحی

پایه دهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سؤال: ۷۰	مدت پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	شماره سؤال		مدت پاسخگویی
			از	تا	
۱	ریاضی ۱	۲۰	۱	۲۰	۴۵ دقیقه
	هندسه ۱	۱۰	۲۱	۳۰	
۲	فیزیک ۱	۲۰	۳۱	۵۰	۲۵ دقیقه
۳	شیمی ۱	۲۰	۵۱	۷۰	۲۰ دقیقه

آزمون‌های سراسر گاج

ویراستاران علمی	طراحان	دروس	ریاضیات
مریم ولی عابدینی - مینا نظری مینا مقدسی - پریا ابریشم‌کار	ندا فرهختی	ریاضی ۱ هندسه ۱	
مروارید شاه‌حسینی	احمد رضازادگان قطب آبادی	فیزیک	
ایمان زارعی	مریم تمدنی - میلاد عزیزی	شیمی	



فروشگاه مرکزی گاج: تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع‌رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون

مدیریت آزمون: ابوالفضل مزرعتی

بازبینی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازبینی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویراستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - عاطفه دستخوش

صفحه‌آرا: فرهاد عبدی

سرپرست واحد فنی: سعیده قاسمی

طراح شکل: آرزو گل‌فر

حروف‌نگاران: مینا عباسی - مهناز کاظمی - فرزانه رجیبی - ربابه الطافی - حدیث فیض‌الهی



به نام خدا

حقوق دانش‌آموزان در آزمون‌های سراسری گاج

داوطلب گرامی؛ با سلام در اینجا شما را با بخشی از حقوق خود در آزمون‌های سراسری گاج آشنا می‌نمایم:

۱- اطلاعات شناسنامه‌ای و آموزشی شما مانند نام، نام خانوادگی، جنسیت و گروه آزمایشی بایستی به صورت صحیح در بالای پاسخ‌برگ درج شده باشد.

۲- آزمون‌های سراسری گاج باید راس ساعت اعلام شده در دفترچه، شروع و خاتمه یابد.

۳- محل برگزاری آزمون باید از لحاظ سرمایش و گرمایش، نور کافی، نظافت و سایر موارد در حد مطلوب و استاندارد باشد.

۴- سؤالات آزمون‌های سراسری گاج بایستی نزدیک‌ترین سؤالات به کنکور سراسری باشد و عاری از هرگونه اشکال علمی و تایپی باشد.

۵- بعد از هر آزمون و به هنگام خروج از جلسه آزمون بایستی پاسخ‌نامه‌ی تشریحی هر آزمون را دریافت نمایید.

۶- کارنامه‌ی هر آزمون بایستی در همان روز آزمون به روش‌های ذیل تحویل شما گردد:

• مراجعه به سایت گاج به نشانی www.gaj.ir

• مراجعه به نمایندگی.

۷- خدمات مشاوره‌ای رایگانی که در طی ۱ مرحله آزمون (ویژه داوطلبان آزاد) ارائه می‌گردد شامل:

• برگزاری جلسه مشاوره حداقل یکبار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی حداقل ۱ بار در طی هر آزمون توسط رابط تحصیلی.

• تماس تلفنی با اولیا حداقل یکبار در هر فاز [آزمون‌های سراسری گاج در چهار فاز تابستانه، ترم اول، ترم دوم و جامع برگزار می‌گردد].

• بررسی کارنامه آزمون توسط رابط تحصیلی در هر آزمون.

چنانچه در هر یک از موارد فوق کمبود و یا نقصی مشاهده نمودید لطفاً بلافاصله با تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ تماس حاصل نموده و مراتب را اطلاع دهید.



در گاج، بهترین صدا،

صدای دانش‌آموز است.



۴ ۶

$$\frac{4(\sqrt[5]{2^3})^{\frac{1}{6}} - 3\sqrt[5]{2^{30/3}}}{(\sqrt{2})^{\frac{5}{2}}} = \frac{4((2^3)^{\frac{1}{5}})^{\frac{1}{6}} - 3(2^{10/3})^{\frac{1}{3}}}{(2^{\frac{1}{2}})^{\frac{5}{2}}}$$

$$= \frac{4(2^{30})^{\frac{1}{30}} - 3(2^{10})^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{5}{4}}} = \frac{4(2^{10})^{\frac{1}{3}} - 3(2^{10})^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{5}{4}}}$$

$$= \frac{4 \cdot 2^{\frac{10}{3}} - 3 \cdot 2^{\frac{10}{3}}}{2^{\frac{5}{4}}} = \frac{1 \cdot 2^{\frac{10}{3}}}{2^{\frac{5}{4}}} = 2^{\frac{10}{3} - \frac{5}{4}} = 2^{\frac{40 - 15}{12}} = 2^{\frac{25}{12}} = (2^{\frac{25}{12}})^{\frac{1}{1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{m} = \frac{1}{1} \Rightarrow m = 1 \\ n = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{n} = 2 \end{cases} \Rightarrow m + \frac{1}{n} = 1 + 2 = 3$$

توجه کنید که ۱۲ کمترین مقدار برای $m + \frac{1}{n}$ است.

$$3^m = \sqrt[3]{3}, 3^n = \sqrt{3}$$

۱ ۷

$$\frac{(3^{n-1})^m}{(3^{m+1})^n} = \frac{3^{nm-m}}{3^{nm+n}} = \frac{3^{nm} \times 3^{-m}}{3^{nm} \times 3^n} = \frac{(3^m)^n \times (3^m)^{-1}}{(3^n)^m \times 3^n}$$

روش اول:

$$= \frac{(\sqrt[3]{3})^n \times (\sqrt[3]{3})^{-1}}{(\sqrt{2})^m \times \sqrt{2}} = \frac{\frac{n}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{m}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{(3^n)^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}}{(3^m)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{(\sqrt{2})^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}}{(\sqrt[3]{2})^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}}{(\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\frac{1}{3}} \times 3^{-\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}}$$

$$\begin{cases} 3^m = \sqrt[3]{3} \xrightarrow{\text{توان } n} 3^{mn} = \sqrt[3]{3^n} = \sqrt[3]{\sqrt{3}} = \sqrt[6]{3} \\ 3^n = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{توان } m} 3^{mn} = \sqrt{2^m} = \sqrt[2]{\sqrt{2}} = \sqrt[4]{2} \end{cases}$$

روش دوم:

$$\Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{3^{nm} \times (3^m)^{-1}}{3^{nm} \times 3^n} = \frac{\sqrt[6]{2} \times (\sqrt[3]{2})^{-1}}{\sqrt[4]{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{1}{6}} \times 2^{-\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{1}{2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2} \times \sqrt[4]{2}}$$

۸ ۳ بنا به خاصیت جملات متوالی دنباله‌های حسابی داریم:

$$2(0/25)^x = \sqrt{5^0} + (-\sqrt{18}) \Rightarrow 2\left(\frac{1}{5}\right)^x = \sqrt{25 \times 2} - \sqrt{9 \times 2}$$

$$\Rightarrow 2 \times (2^{-2})^x = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} \Rightarrow 2 \times 2^{-2x} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2^{1-2x} = 2^{1+\frac{1}{2}} \Rightarrow 1-2x = \frac{3}{2} \Rightarrow 2x = 1 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = -\frac{1}{4} = -0/25$$

ریاضیات

$$b^6 = \sqrt[5]{a} \xrightarrow{\text{توان } 5} (b^6)^5 = (\sqrt[5]{a})^5 \Rightarrow b^{30} = a$$

$$\Rightarrow a^2 = (b^{30})^2 = b^{60} \Rightarrow \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[3]{b^{60}} = \sqrt[3]{(b^{20})^3} = b^{20}$$

$$\sqrt[5]{-243} < \sqrt[5]{-100} < \sqrt[5]{-32} \Rightarrow \sqrt[5]{(-3)^5} < \sqrt[5]{-100} < \sqrt[5]{(-2)^5}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{n} < \sqrt[5]{-100} < \frac{-2}{n+1} \Rightarrow n = -3$$

$$\sqrt[3]{81} < \sqrt[3]{200} < \sqrt[3]{256} \Rightarrow \sqrt[3]{3^4} < \sqrt[3]{200} < \sqrt[3]{4^4}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{m-1} < \sqrt[3]{200} < \frac{4}{m} \Rightarrow m = 4$$

و بنابراین $m + n = 4 - 3 = 1$ می‌باشد.

$$3 \quad ۳ \quad \text{اگر } a < 1 \text{ باشد آن‌گاه:}$$

$$\begin{cases} a > a^2 > a^3 > a^4 > a^5 > \dots \\ a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a} < \sqrt[5]{a} < \dots \end{cases}$$

و اگر $a < -1$ باشد، ریشه‌های زوج تعریف نشده است و داریم:

$$a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a} < \dots$$

توجه کنید که در این‌جا چون ریشه فرد موردنظر است، پس a می‌تواند منفی هم باشد.

۴ بررسی گزینه‌ها:

(۱) به ازای هیچ n این رابطه برقرار نیست به طور مثال:

$$\frac{\sqrt{5} + \sqrt{4}}{\sqrt{5+2}} \neq \frac{\sqrt{5+4}}{3}$$

(۲) این تساوی فقط به ازای n های فرد برقرار است.(۳) این تساوی برای n های زوج تنها زمانی برقرار است که a و b هر دو مثبت باشند به طور مثال:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{(-2)(-8)} = \sqrt[3]{16} = 2 \\ \sqrt[3]{-2} \times \sqrt[3]{-8} \text{ تعریف نشده} \end{cases}$$

(۴) این تساوی به ازای همه n ها (زوج یا فرد) برقرار است، به طور مثال

$$(\sqrt{a})^2 = a, (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

توجه کنید وقتی n زوج باشد حتماً a مثبت است و تساوی برقرار است.

۵ ۲ ابتدا حاصل عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$\sqrt[5]{768} - 1\sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{256 \times 3} - 1\sqrt[5]{3^3}$$

$$= \sqrt[5]{4^4 \times 3} - \sqrt[5]{3} = 4\sqrt[5]{3} - \sqrt[5]{3} = 3\sqrt[5]{3}$$

$$= 3^1 \times 3^{\frac{1}{4}} = 3^{1+\frac{1}{4}} = 3^{\frac{5}{4}} \xrightarrow{\text{ریشه پنجم}} \sqrt[5]{(3^{\frac{1}{4}})^5} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$$



اولاً داریم: ۳ ۹

هر دو عبارت را تجزیه می‌کنیم: ۱ ۱۳

$$A = x^6 - 1 = \overbrace{(x^2)^3 - 1^3}^{\text{اتحاد مزدوج}} = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$= (x-1)(x+1)(x^2 + 1)$$

$$B = \overbrace{x^3 - x^2 - x + 1}^{\text{اتحاد مزدوج}} = x^2(x-1) - (x-1)$$

فاکتور از (-1) فاکتور از x^2

$$\overbrace{(x-1)(x^2-1)}^{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= (x-1)(x-1)(x+1)$$

پس عامل مشترک A و B برابر است با $(x-1)(x+1)$ که همان $x^2 - 1$ است.

۲ ۱۴

$$a - \frac{1}{a} = \sqrt{21} \xrightarrow{\text{توان } ^2} a^2 + \frac{1}{a^2} - 2a\left(\frac{1}{a}\right) = (\sqrt{21})^2$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 21 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 23 \quad (*)$$

حال $a + \frac{1}{a}$ را می‌یابیم:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \frac{1}{a^2} + 2a\left(\frac{1}{a}\right) \stackrel{(*)}{=} 23 + 2 = 25$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \begin{cases} a + \frac{1}{a} = 5 \\ a + \frac{1}{a} = -5 \end{cases} \quad (**)$$

بنابراین:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a^2 + \frac{1}{a^2} - a\left(\frac{1}{a}\right)\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a^2 + \frac{1}{a^2} - 1\right)$$

$$\stackrel{(**), (*)}{=} \begin{cases} 5(23-1) = 5 \times 22 = 110 \\ -5(23-1) = -5 \times 22 = -110 \end{cases}$$

پس مقدار مثبت $a^2 + \frac{1}{a^2}$ برابر با ۱۱۰ می‌باشد.

$$\frac{1}{1+\sqrt{x}} \times \frac{1-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} = \frac{1-\sqrt{x}}{1-(\sqrt{x})^2} = \frac{1-\sqrt{x}}{1-x}$$

۱ ۱۵

حال باید در مخرج اتحاد چاق و لاغر بسازیم:

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} \times \frac{1-\sqrt{x^2}+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x^2}+\sqrt{x}} = \frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x^2}+\sqrt{x})}{\underbrace{1-(\sqrt{x})^3}_{1-x}}$$

بنابراین صورت $(1+\sqrt{x^2}+\sqrt{x})$ برابر $(1-\sqrt{x})$ است.

$$2 - \sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3}}{1} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{4-3}{2+\sqrt{3}} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})^{-1}$$

بنابراین:

$$(2+\sqrt{3})^{\frac{4}{5}} \times \sqrt{2-\sqrt{3}} \times \sqrt[5]{\sqrt{3}} = (2+\sqrt{3})^{\frac{4}{5}} \times \sqrt{(2+\sqrt{3})^{-1}} \times \sqrt[5]{3}$$

$$= (2+\sqrt{3})^{\frac{4}{5}} (2+\sqrt{3})^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt[5]{3^2} = (2+\sqrt{3})^{\frac{4}{5}-\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{2}{5}}$$

$$= (2+\sqrt{3})^{\frac{8-5}{10}} \times 3^{\frac{2}{5}} = (2+\sqrt{3})^{\frac{3}{10}} \times 3^{\frac{2}{5}} = (2+\sqrt{3})^{\frac{3}{10}} \times 3^{\frac{4}{10}} = (2+\sqrt{3})^{\frac{3}{10}} \times 3^{\frac{2}{5}}$$

$$= (4+2\sqrt{3})^{\frac{3}{10}} = ((1+\sqrt{3})^2)^{\frac{3}{10}} = (1+\sqrt{3})^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{(1+\sqrt{3})^3} = \sqrt[5]{A}$$

$$\Rightarrow A = (1+\sqrt{3})^3 = 1^3 + 3(1)^2(\sqrt{3}) + 3(1)(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^3$$

مکعب دو جمله‌ای

$$= 1 + 3\sqrt{3} + 9 + 3\sqrt{3} = 10 + 6\sqrt{3}$$

بررسی گزینه‌ها: ۳ ۱۰

$$1) \sqrt[5]{\frac{1}{27}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3^3}} = \sqrt[5]{3^{-3}} = 3^{-\frac{3}{5}} = 3^{-\frac{6}{10}} = 3^{-\frac{3}{5}} \quad \checkmark$$

$$2) ((-27)^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^1 = 3 \quad \checkmark$$

$$3) (-27)^{\frac{1}{3}} \quad \text{تعریف نشده: (عدد منفی نمی‌تواند به توان گویا برسد)}$$

$$4) (27)^{\frac{1}{15}} = (3^3)^{\frac{1}{15}} = 3^{\frac{3}{15}} = 3^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{2}{10}} = (3^2)^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{9} \quad \checkmark$$

۴ ۱۱

$$x^5 - 81x \xrightarrow{\text{فاکتور از } x} x(x^4 - 81) = x \overbrace{(x^2-9)(x^2+9)}^{\text{اتحاد مزدوج}}$$

$$= x \underbrace{(x-3)(x+3)}_{x^2-3x} (x^2+9)$$

هر سه عامل گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) موجود است اما عامل $(x-9)$ را نداریم.

۴ ۱۲

$$x - y = 2 \xrightarrow{\text{توان } ^2} x^2 + y^2 - 2xy = 4$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 4 + 2 = 6 \quad (*)$$

$$x^3 - y^3 \xrightarrow{\text{چاق ولاغر}} (x-y)(x^2 + y^2 + xy)$$

$$\stackrel{(*)}{=} 2(6+1) = 2 \times 7 = 14$$



۳ ۱۹

$$mx^2 + 2x - m = 5 \xrightarrow{x=-2} m(-2)^2 + 2(-2) - m = 5$$

$$\Rightarrow 4m - 4 - m = 5 \Rightarrow 3m = 5 + 4 \Rightarrow 3m = 9 \Rightarrow m = 3$$

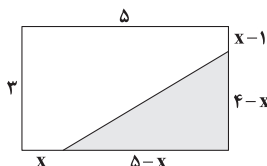
$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 3 = 5 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$\Delta = 2^2 - 4(3)(-8) = 4 + 96 = 100$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{100}}{2(3)} = \frac{-2 \pm 10}{6} = \begin{cases} \frac{-2+10}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\ \frac{-2-10}{6} = \frac{-12}{6} = -2 \end{cases}$$

ریشه دیگر: $\frac{4}{3}$

۲ ۲۰



$$3 - (x-1) = 3 - x + 1 = 4 - x$$

بنابراین داریم:

$$\frac{S \text{ مثلث}}{S \text{ مستطیل}} = \frac{\frac{1}{2}(4-x)(5-x)}{3 \times 5} = \frac{20}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{(4-x)(5-x)}{30} = \frac{2}{10} \Rightarrow (4-x)(5-x) = \frac{60}{10} = 6$$

$$\Rightarrow 20 - 4x - 5x + x^2 = 6 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-7)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=7 \text{ (غق)} \\ x=2 \checkmark \end{cases}$$

توجه کنید که اگر $x=7$ باشد اضلاع مثلث منفی می شوند.

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{5x-3}{x} = \frac{3x+3}{2x+1}$$

۳ ۲۱

$$\xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} (\Delta x - 3)(2x + 1) = x(3x + 3)$$

$$\Rightarrow 10x^2 + 5x - 6x - 3 = 3x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow 10x^2 - x - 3 - 3x^2 - 3x = 0 \Rightarrow 7x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{-3}{7} \text{ (غق)} \end{cases}$$

و بنا به تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = \frac{AB}{AM} = \frac{6x-3}{5x-3} \xrightarrow{x=1} \frac{3}{2}$$

$$x(x + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + \frac{1}{4}x = \frac{1}{4}$$

۲ ۱۶

حالا نصف ضریب x را به توان ۲ می رسانی و به طرفین اضافه می کنیم.

$$+ (\frac{1}{4})^2 \rightarrow x^2 + \frac{1}{4}x + (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4} + (\frac{1}{4})^2$$

$$\Rightarrow (x + \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$$

پس در طرف دوم از عدد $\frac{9}{16}$ جذر می گیریم.

روش اول: از تغییر متغیر کمک می گیریم:

۴ ۱۷

$$2x - 1 = t \Rightarrow t^2 + 2t - 7 = 0$$

$$\Delta = (2)^2 - 4(1)(-7) = 4 + 28 = 32$$

$$t = \frac{(-2) \pm \sqrt{32}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{16 \times 2}}{2} = \frac{-2 \pm 4\sqrt{2}}{2} = -1 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x - 1 = -1 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \sqrt{2} \\ t = -1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow 2x - 1 = -1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

مجموع جواب ها = 0

روش دوم: با کمک اتحاد مربع دو جمله ای عبارت را ساده می کنیم:

$$(2x-1)^2 + 2(2x-1) - 7 = 0 \Rightarrow (2x)^2 + 1 - 2(2x) + 4x - 2 - 7 = 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 1 - 4x + 4x - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow \text{مجموع جواب ها} = \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$$

۱ ۱۸

$$(1-m)x^2 - 2mx + (m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1-m \\ b = -2m \\ c = m+1 \end{cases}$$

 $\Delta = 0$: شرط ریشه مضاعف

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4(1-m)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 4 \overbrace{(m-1)(m+1)}^{\text{اتحاد مزدوج}} = 0 \Rightarrow 4m^2 + 4(m^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 8m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

اگر $\Delta = 0$ باشد، مقدار ریشه مضاعف برابر با $x = -\frac{b}{2a}$ است:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2m)}{2(1-m)} = \frac{2m}{2(1-m)} = \frac{m}{1-m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} > 0 \\ x = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} < 0 \text{ (غق)} \end{cases}$$

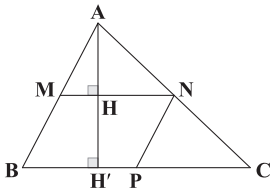
$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$



۲۲

$$\frac{AM}{BM} = k$$

۲۴ فرض کنیم:



$$\Delta ABH' \text{ تالس در } \frac{AH}{HH'} = \frac{AM}{BM} = \frac{k}{1}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{AH+HH'}{HH'} = \frac{k+1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{AH'}{HH'} = k+1 \Rightarrow \frac{HH'}{AH'} = \frac{1}{k+1} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta ABC \text{ تالس در } \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} \\ \frac{AM}{BM} = \frac{k}{1} \text{ ترکیب در مخرج} \rightarrow \frac{AM}{AM+BM} = \frac{k}{k+1} \\ \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{k}{k+1} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{k}{k+1} \quad (2)$$

$$\frac{S_{MNPB}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{HH' \times MN}{\frac{1}{2} AH' \times BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{HH'}{AH'} \times \left(\frac{MN}{BC}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \frac{1}{k+1} \times \left(\frac{k}{k+1}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow (k+1)^2 = 4k$$

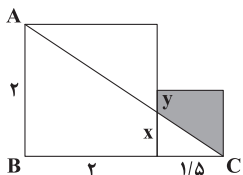
$$\Rightarrow k^2 + 2k + 1 - 4k = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k=1$$

۲۵ بنا به قضیه تالس در ΔABC داریم:

$$\frac{x}{2} = \frac{1/5}{3/5} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{3}{y} \Rightarrow x = \frac{6}{y} \quad (*)$$



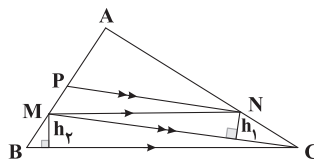
$$y = \frac{3}{2} - x \stackrel{(*)}{=} \frac{3}{2} - \frac{6}{y} = \frac{21-12}{14} = \frac{9}{14}$$

$$\Rightarrow \text{سایه خورده } S = \frac{(y+1/5) \times 1/5}{2} = \frac{(\frac{9}{14} + \frac{1}{5}) \times \frac{1}{5}}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{9+21}{14}$$

$$\Rightarrow \text{سایه خورده } S = \frac{3}{4} \times \frac{15}{28} = \frac{45}{112}$$

روش اول:

$$AP = \frac{2}{3} PM \quad (*)$$



$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \xrightarrow{\Delta ABC \text{ تالس در}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \\ PN \parallel MC \xrightarrow{\Delta AMC \text{ تالس در}} \frac{AP}{PM} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PM} \stackrel{(*)}{=} \frac{2}{3} \quad (**)$$

بنابراین نتایج زیر را می‌توان به دست آورد:

$$\frac{PN}{MC} = \frac{AP}{AM} = \frac{AP}{AP+PM} \stackrel{(*)}{=} \frac{AP}{AP+\frac{2}{3}AP} = \frac{AP}{\frac{5}{3}AP} = \frac{3}{5} \quad (1)$$

$$\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{AM}{AM+MB} \stackrel{(**)}{=} \frac{AM}{AM+\frac{2}{3}AM} = \frac{AM}{\frac{5}{3}AM} = \frac{3}{5} \quad (2)$$

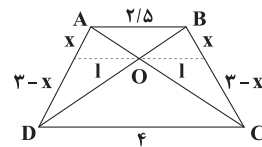
$$\frac{S_{\Delta MPN}}{S_{\Delta MNC}} = \frac{\frac{1}{2} h_1 \times PN}{\frac{1}{2} h_1 \times MC} = \frac{PN}{MC} \stackrel{(1)}{=} \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\Delta MNC}}{S_{\Delta MBC}} = \frac{\frac{1}{2} h_2 \times MN}{\frac{1}{2} h_2 \times BC} = \frac{MN}{BC} \stackrel{(2)}{=} \frac{3}{5}$$

حال این دو رابطه را در هم ضرب می‌کنیم، داریم:

$$\frac{S_{\Delta MPN}}{S_{\Delta MNC}} \times \frac{S_{\Delta MNC}}{S_{\Delta MBC}} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{\Delta MPN}}{S_{\Delta MBC}} = \frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 36\%$$

۲۳



$$\Delta ADC \text{ تالس در } \frac{1}{4} = \frac{x}{3} \Rightarrow 1 = \frac{4}{3}x$$

$$\Delta ABC \text{ تالس در } \frac{1}{2/5} = \frac{3-x}{3}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{2/5}{3}(3-x) = 2/5 - \frac{2/5}{3}x = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}x$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}x = \frac{5}{2} - \frac{5}{6}x \Rightarrow \frac{4}{3}x + \frac{5}{6}x = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{8+5}{6}x = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{6}x = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{2} \times \frac{6}{13} = \frac{15}{13}$$



روش دوم:

$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \\ AB \parallel CD, AC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{ZZ}} \triangle OAB \sim \triangle OCD$$

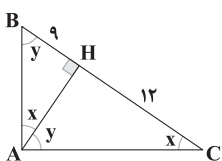
$$\Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{1}{3} \Rightarrow OC = 3OA$$

اگر $OA = x$ باشد، $OC = 3x$ است و داریم:

$$AC = OA + OC = 12 \Rightarrow x + 3x = 12 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} OA = x = 3 \\ OC = 3x = 9 \end{cases} \Rightarrow OC - OA = 9 - 3 = 6$$

۲۹



$$x + y = 9^\circ$$

با توجه به شکل هر جفت از مثلث‌های AHC ، AHB و ABC با هم متشابه‌اند. پس داریم:

$$\triangle AHC \sim \triangle AHB \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CH}{AH} = \frac{AH}{BH} \quad (1)$$

$$(1) \Rightarrow AH^2 = BH \times CH = 9 \times 12$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{9 \times 12} = 3 \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$(2) \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{CH}{AH} = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{4}{3} \quad (*)$$

از طرفی بنابر رابطه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{(*)} \frac{3}{4}AC^2 + AC^2 = (9+12)^2$$

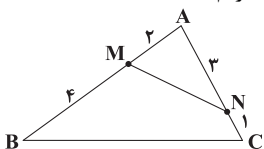
$$\Rightarrow \frac{7}{4}AC^2 = (21)^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = \frac{21^2 \times 4}{7} = \frac{1764 \times 4}{7} = 3 \times 3 \times 7 \times 4 = 3^2 \times 2^2 \times 7$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} AC = 6\sqrt{7}$$

۳۰

با توجه به اطلاعات داده شده داریم:



$$BC = 15 - (6 + 4) = 5$$

$$\begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{3} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{cases} \xrightarrow{\text{ض.ض.}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$$

$$S = (1/5)^2 - 1/4 \times 1/5 \times x$$

$$(*) \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{6}{7} = \frac{9}{16} - \frac{18}{28} = \frac{63 - 72}{112} = -\frac{9}{112}$$

می‌دانیم $x + 1 > x$ است. پس حالت‌های زیر را در نظر می‌گیریم:

۲۶

$$1) y > x + 1 > x \Rightarrow \frac{y}{18} = \frac{x+1}{15} = \frac{x}{8} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 8 = 15x \Rightarrow x = \frac{8}{7} \\ y = \frac{18}{8}x \Rightarrow y = \frac{18}{7} \times \frac{8}{7} = \frac{144}{49} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{8}{7} + \frac{144}{49} = \frac{26}{7}$$

$$2) x + 1 > y > x \Rightarrow \frac{x+1}{18} = \frac{y}{15} = \frac{x}{8} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 8 = 18x \Rightarrow x = \frac{8}{10} \\ y = \frac{15}{8}x \Rightarrow y = \frac{15}{8} \times \frac{8}{10} = \frac{15}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{8}{10} + \frac{15}{10} = \frac{23}{10}$$

$$3) x + 1 > x > y \Rightarrow \frac{x+1}{18} = \frac{x}{15} = \frac{y}{8} \Rightarrow \begin{cases} 15x + 15 = 18x \Rightarrow x = \frac{15}{3} = 5 \\ y = \frac{8}{15}x = \frac{8}{15} \times 5 = \frac{8}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = 5 + \frac{8}{3} = \frac{15 + 8}{3} = \frac{23}{3}$$

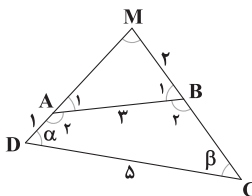
بنابراین بیشترین مقدار $x + y$ برابر با $\frac{23}{3}$ است.

۲۷

چون در چهارضلعی ABCD زوایای روبه‌رو مکمل‌اند، پس داریم:

$$\hat{D} = \alpha \Rightarrow \hat{B}_r = 180^\circ - \alpha \Rightarrow \hat{B}_l = \alpha$$

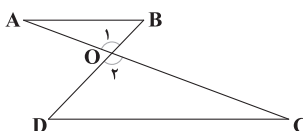
$$\hat{C} = \beta \Rightarrow \hat{A}_r = 180^\circ - \beta \Rightarrow \hat{A}_l = \beta$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{D} = \hat{B}_l = \alpha \\ \hat{C} = \hat{A}_l = \beta \\ \hat{M} = \hat{M} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle DMC \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MC} = \frac{BM}{DM}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{2}{1+AM} \Rightarrow 1+AM = \frac{5}{3} \Rightarrow AM = \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$

۲۸





با توجه به رابطه آهنگ شارش حجمی داریم:

$$A_p v_p = \frac{3}{1000} \Rightarrow \pi r_p^2 v_p = \frac{3}{1000}$$

$$d_p = 2 \text{ cm} \Rightarrow r_p = 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m} \rightarrow 3 \times (10^{-2})^2 v_p = \frac{3}{1000}$$

$$\Rightarrow v_p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

طبق اصل برنولی، برای شماره‌ای که به طور لایه‌ای و در امتداد افق حرکت می‌کند، در مسیر حرکت شماره با افزایش تندی شماره، فشار آن کاهش می‌یابد.

ابتدا تندی حرکت شهاب‌سنگ را برحسب $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دست می‌آوریم:

$$v = 2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \frac{m = 20 \times 10^{-3} \text{ kg}}{v = 2 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \rightarrow K = \frac{1}{2} \times 20 \times (2 \times 10^3)^2 = 4 \times 10^8 \text{ J}$$

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای، انرژی جنبشی را برحسب مگاژول به دست می‌آوریم:

$$4 \times 10^8 \text{ J} \times \frac{1 \text{ MJ}}{10^6 \text{ J}} = 400 \text{ MJ}$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 \quad \frac{v_A = v_B \rightarrow 16}{4} = \frac{m_A}{m_B}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 4$$

تندی ثانویه اتومبیل برابر است با:

$$v_p = v_1 - \frac{20}{100} v_1 = \frac{80}{100} v_1 = \frac{4}{5} v_1$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K_p = \frac{1}{2} m v_p^2 \Rightarrow K_p = \frac{1}{2} m \left(\frac{4}{5} v_1\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{64}{25} m v_1^2$$

تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل برابر است با:

$$\Delta K = K_p - K_1 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2} \times \frac{64}{25} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -\frac{18}{25} m v_1^2$$

درصد تغییرات انرژی جنبشی اتومبیل برابر است با:

$$\frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{-\frac{18}{25} m v_1^2}{\frac{1}{2} m v_1^2} \times 100 = -\frac{36}{100} \times 100 = -36\%$$

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_p v_p \xrightarrow{A = \pi r^2} \pi r_1^2 v_1 = \pi r_p^2 v_p$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow v_1 = 4 v_p \rightarrow \pi r_1^2 4 v_p = \pi r_p^2 v_p \Rightarrow 4 r_1^2 = r_p^2$$

$$\Rightarrow \left(\frac{r_1}{r_p}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{r_1}{r_p} = \frac{1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{نسبت شعاع‌ها همان} \\ \text{نسبت قطر‌ها می‌باشد} \end{array} \rightarrow \frac{D_1}{D_p} = \frac{1}{2}$$

با استفاده از معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_p v_p + A_p v_p \quad \frac{A_p = \frac{1}{2} A_1}{A_p = \frac{1}{3} A_1} \rightarrow A_1 \times 20 = \frac{1}{2} A_1 v_p + \frac{1}{3} A_1 v_p$$

$$\Rightarrow 20 = \frac{1}{2} v_p + \frac{1}{3} v_p \Rightarrow \frac{3v_p + 2v_p}{6} = 20 \Rightarrow 3v_p + 2v_p = 120 \quad (1)$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$A_p v_p = 3 A_p v_p \Rightarrow \frac{1}{2} A_1 v_p = 3 \times \frac{1}{3} A_1 v_p \Rightarrow \frac{1}{2} v_p = v_p$$

$$\Rightarrow v_p = 2 v_p \quad (2)$$

در نتیجه با توجه به روابط (1) و (2) داریم:

$$3v_p + 2v_p = 120 \xrightarrow{v_p = 2v_p} 3 \times 2v_p + 2v_p = 120$$

$$\Rightarrow 8v_p = 120 \Rightarrow v_p = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_p = 2v_p \Rightarrow v_p = 2 \times 15 = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

طبق معادله پیوستگی هر چه سطح مقطع لوله کم‌تر باشد،

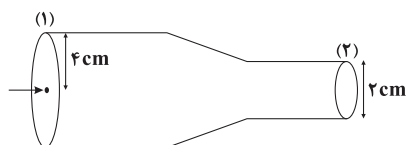
تندی شماره بیشتر خواهد بود و طبق اصل برنولی در مسیر حرکت شماره، با افزایش تندی شماره، فشار آن کاهش می‌یابد، بنابراین:

$$A_1 > A_p > A_p \Rightarrow v_1 < v_p < v_p \Rightarrow P_1 > P_p > P_p$$

در نتیجه گزینه (3) صحیح می‌باشد.

از آن‌جا که جریان آب در لوله به صورت پایا است، آهنگ

شارش حجمی ورودی و خروجی برابر می‌باشد، در نتیجه داریم:



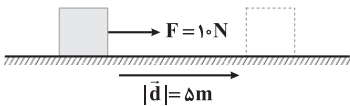
$$180 \frac{\text{L}}{\text{min}} = \text{آهنگ شارش حجمی خروجی} = \text{آهنگ شارش حجمی ورودی}$$

آهنگ شارش حجمی شماره را برحسب $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ به دست می‌آوریم:

$$180 \frac{\text{L}}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \frac{3}{1000} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

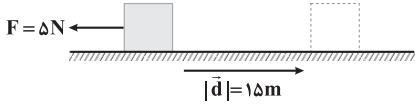


۴۳ ۴ در Δm جابه‌جایی ابتدای مسیر، کار نیروی \vec{F} برابر است با:



$$W_1 = Fd \cos \theta \Rightarrow W_1 = 10 \times 5 \times \cos 0^\circ = 50 \text{ J}$$

و در 15 m جابه‌جایی بعدی، کار نیروی \vec{F} برابر است با:



$$W_2 = Fd \cos \theta \Rightarrow W_2 = 5 \times 15 \times \cos 180^\circ = -75 \text{ J}$$

پس کل کار انجام‌شده بر روی جسم برابر است با:

$$W_t = W_1 + W_2 = 50 + (-75) = -25 \text{ J}$$

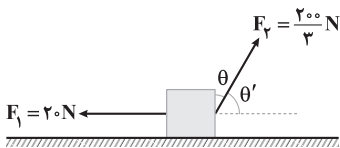
۴۴ ۳ اندازه نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با:

$$F_t = ma \Rightarrow F_t = 4 \times 5 = 20 \text{ N}$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W_t = F_t d \cos \theta \Rightarrow W_t = 20 \times 15 \times \cos 0^\circ = 300 \text{ J}$$

۴۵ ۳



کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F}_1 بر روی جسم برابر است با:

$$W_1 = F_1 d \cos \theta_1 \Rightarrow W_1 = 20 \times 30 \times \cos 180^\circ = -600 \text{ J}$$

از طرفی داریم:

$$W_t = W_1 + W_2 \Rightarrow 400 = -600 + W_2 \Rightarrow W_2 = 1000 \text{ J}$$

در نتیجه کار انجام‌شده توسط نیروی \vec{F}_2 بر روی جسم برابر است با:

$$W_2 = F_2 d \cos \theta' \Rightarrow 1000 = \frac{20}{3} \times 30 \times \cos \theta'$$

$$\Rightarrow \cos \theta' = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta' = 60^\circ$$

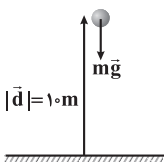
$$\theta = 90^\circ - \theta' \Rightarrow \theta = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

بنابراین:

۴۶ ۱ با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = mgd \cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow W = 2 \times 10 \times 10 \times (-1) = -200 \text{ J}$$



۳۹ ۱ تندی ثانویه و انرژی جنبشی ثانویه جسم برابر است با:

$$\begin{cases} v_2 = v_1 + 10 \\ K_2 = K_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + \frac{1}{2} m v_1^2 = m v_1^2 \end{cases}$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{\text{ثابت: } m} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{225}{100} = \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \left(\frac{v_1 + 10}{v_1}\right) = \frac{15}{10} \Rightarrow 10 v_1 + 100 = 15 v_1 \Rightarrow 5 v_1 = 100$$

$$\Rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پس انرژی جنبشی اولیه جسم برابر است با:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (20)^2 = 800 \text{ J}$$

۴۰ ۴ طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$m_2 = m_1 - \frac{20}{100} m_1 = \frac{8}{10} m_1$$

$$v_2 = v_1 + \frac{10}{100} v_1 = 2 v_1$$

با استفاده از رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{8}{10} \times 2^2 = \frac{32}{10} = 3.2$$

۴۱ ۱ انرژی جنبشی هر کدام از جسم‌های A، B و C برابر است با:

$$\begin{cases} K_A = \frac{1}{2} \times 2m \times v^2 = m v^2 \\ K_B = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = 4 m v^2 \Rightarrow K_B = 2 K_C = 4 K_A \\ K_C = \frac{1}{2} \times m \times (2v)^2 = 2 m v^2 \end{cases}$$

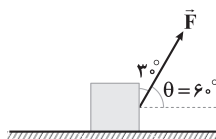
دقت کنید: در محاسبه انرژی جنبشی یک جسم، اندازه سرعت آن جسم

اهمیت دارد و جهت سرعت آن در مقدار انرژی جنبشی تأثیری ندارد.

۴۲ ۳ جسم در هر ثانیه 30 cm جابه‌جا می‌شود، پس جابه‌جایی آن

در مدت 4 s برابر است با:

$$d = 4 \times 30 = 120 \text{ cm}$$



با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \xrightarrow{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}} W = 20 \times \frac{120}{100} \times \frac{1}{2} = 12 \text{ J}$$



شیمی

۵۱ | ۳ به جز عبارت سوم سایر عبارتها درست هستند.

بررسی عبارتها:

- عنصرهای X و G به ترتیب C و F هستند که فرمول مولکولی ترکیب حاصل از آنها به صورت CF_۴ بوده و مدل فضا پرکن این مولکول همانی است که در سؤال آمده است.
- عنصر Q همان P_{۱۵} بوده که فرمول مولکولی ترکیب حاصل از آن با هیدروژن به صورت PH_۳ بوده و مدل فضا پرکن این مولکول همانی است که در سؤال آمده است.
- عنصر A همان B_۵ است که ترکیب آن با عنصرهای گروه ۱۷، یک ترکیب یونی نیست.

- چهار عنصر D، E، G و R یا همان نیتروژن، اکسیژن، فلوئور و کلر در دما و فشار اتاق به شکل ماده مولکولی با مولکولهای دواتمی وجود دارند.

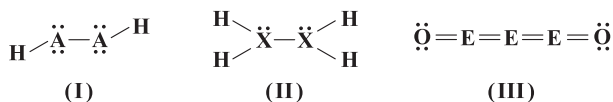
۵۲ | ۳ فلز Li_۳ با از دست دادن تک الکترون ظرفیتی خود و تشکیل کاتیون Li⁺ به آرایش دوتایی He_۲ می‌رسد.

۵۳ | ۲ در ترکیبهای مولکولی N_۲O، SOF_۲ و NH_۳، هر کدام از اتمها به آرایش پایدار گاز نجیب هم‌دوره خود می‌رسند. در ترکیبهای یونی Al_۲O_۳ و CaO، اتمهای Al و Ca با از دست دادن الکترون به آرایش پایدار گاز نجیب پیش از خود می‌رسند.

۵۴ | ۲ با توجه به شکل داده‌شده، فرمول ترکیبهای X و Y به ترتیب به صورت A_۲B و C_۲B_۳ بوده و برای تشکیل هر مول از آنها به ترتیب ۲ و ۶ مول الکترون بین اتمهای سازنده آنها مبادله می‌شود.

۵۵ | ۳ در فرایند تقطیر جزء به جزء هوای مایع سه جزء N_۲، Ar و O_۲ هم میعان و هم تبخیر می‌شوند.

۵۶ | ۳ ابتدا برای هر کدام از ساختارها، الکترونهای ناپیوندی را رسم می‌کنیم:



(I)

(II)

(III)

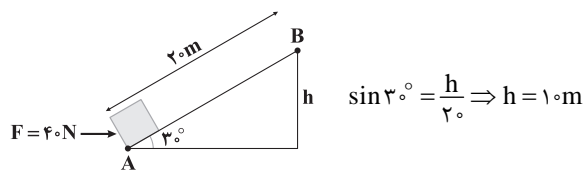
مجموع شمار الکترونهای ظرفیتی اتمها در مولکولهای (I)، (II) و (III) به ترتیب برابر با ۱۴، ۱۴ و ۲۴ الکترون است.

$$\text{(I)} \quad 2A + 2(1) = 14 \Rightarrow A = 6$$

$$\text{(II)} \quad 2X + 4(1) = 14 \Rightarrow X = 5$$

$$\text{(III)} \quad 3E + 2(6) = 24 \Rightarrow E = 4$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:



$$W_{\text{وزن}} = mgh \cos 18^\circ \Rightarrow W_{\text{وزن}} = 8 \times 10 \times 10 \times (-1) = -80 \text{ J}$$

$$W_F = Fd \cos 3^\circ \Rightarrow W_F = 40 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 400\sqrt{3} \text{ J}$$

۴۸ | ۱ بیشترین کار ممکن زمانی می‌باشد که زاویه بین نیرو و جابه‌جایی، صفر باشد، در نتیجه داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow W = 20 \times 12 \times \cos 0^\circ = 240 \text{ J}$$

۴۹ | ۱ طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$F_2 = F_1 - \frac{20}{100} F_1 = \frac{80}{100} F_1 = \frac{4}{5} F_1$$

$$d_2 = d_1 + \frac{20}{100} d_1 = \frac{120}{100} F = \frac{12}{10} F$$

با استفاده از رابطه کار انجام‌شده توسط نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{80}{100} \times \frac{120}{100} = \frac{96}{100} = 0.96$$

۵۰ | ۲ واحد کار در SI ژول می‌باشد و یکای فرعی آن $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$ می‌باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) کار، کمیتی نرده‌ای است.

(۳) از رابطه $W = Fd \cos \theta$ در صورتی می‌توان استفاده کرد که نیرو ثابت و هم‌چنین بتوان جسم را ذره فرض کرد.

(۴) کار انجام‌شده بر روی جسم در هر دو حالت، یکسان می‌باشد.



۶۴ ۳ از هلیوم برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

۶۵ ۴ میان گازهای هوا، واکنش‌های شیمیایی گوناگونی رخ می‌دهد که اغلب آن‌ها برای ساکنان این سیاره سودمند هستند، البته برخی از این واکنش‌ها مفید نیستند.

۶۶ ۱ بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) نقطه جوش Ar بالاتر از N_p و پایین‌تر از O_p است.
(پ) واژه آرگون به معنای تنبل است، زیرا گاز آرگون واکنش‌پذیری ناچیزی دارد.

۶۷ ۴ با توجه به فرمول‌های شیمیایی سولفید فلز مس (Cu_pS, Cu_pS) و نیتريد آهن (FeN, Fe_pN_p) و نیز با توجه به داده‌های سؤال، A همان Cu_pS و B همان FeN است.



نسبت موردنظر برابر با $\frac{5}{6}$ است.

$$\frac{5}{6} = 0.833$$

۶۸ ۲ عبارت‌های دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• اتم عنصر کروم در ترکیب‌های خود اغلب به شکل کاتیون Cr^{۳+} یا Cr^{۲+} یافت می‌شود.

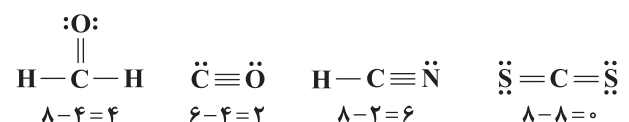
• بوکسیت یا همان سنگ معدن آلومینیم، حاوی آلومینیم اکسید به همراه ناخالصی است.

۶۹ ۲ هر کدام از مولکول N_pO_p و SiBr_p شامل ۵ اتم هستند.

فرمول مولکولی ترکیب حاصل از P و Cl با رعایت قاعده هشت‌تایی به صورت PCl_p است.

۷۰ ۴ ساختار لوویس هر چهار مولکول و تفاوت میان شمار

الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی آن‌ها در زیر آمده است:



۵۷ ۱ • ماده E نسبت به دو ماده دیگر آسان‌تر به گاز تبدیل شده، پس نقطه جوش E از A و X پایین‌تر است. یعنی E همان H_p است.

• از طرفی ماده X نسبت به ماده A نیز آسان‌تر به گاز تبدیل شده پس نقطه جوش X از A پایین‌تر بوده و X همان N_p است.

• در شکل سمت راست فقط H_p به حالت گاز درآمده، پس دمای T_p باید بالاتر از نقطه جوش H_p و طبیعتاً پایین‌تر از نقطه جوش N_p باشد.

$$-253^\circ\text{C} < T_p < -196^\circ\text{C} \Rightarrow 20\text{K} < T_p < 77\text{K}$$

• به همین ترتیب T_p باید بالاتر از نقطه جوش N_p و پایین‌تر از نقطه جوش NH_p باشد.

$$-196^\circ\text{C} < T_p < -33^\circ\text{C} \Rightarrow 77\text{K} < T_p < 240\text{K}$$

۵۸ ۴ هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با مدل فضا پرکن درست هستند.

۵۹ ۲ عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در ساختار هیدروکربن‌ها (C_xH_y)، عنصر اکسیژن وجود ندارد.

• بسیاری از واکنش‌های شیمیایی که پیوسته پیرامون ما رخ می‌دهند به دلیل تمایل زیاد اکسیژن برای انجام واکنش است.

۶۰ ۲ • با افزایش ارتفاع از سطح زمین، فشار هوا و گازهای موجود در هواکره کاهش می‌یابد.

• در ارتفاع‌های پایین‌تر، تغییرات فشار هوا و گازهای موجود در هواکره بیشتر و شدیدتر است. با توجه به این‌که فشار گاز O_p در سطح زمین در حدود ۱/۲ اتمسفر و در ارتفاع ۳ کیلومتری از سطح زمین برابر ۱/۴۳ اتمسفر است، در

ارتفاع ۶ کیلومتری از سطح زمین فشار این گاز برابر است با:

$$0.086 > \text{فشار } O_p \Rightarrow (0.2 - 0.143) > \text{فشار } O_p$$

به این ترتیب گزینه‌های (۱) و (۳) حذف می‌شوند.

• در هر ارتفاعی فشار گاز نیتروژن کمی کم‌تر از ۴ برابر فشار گاز اکسیژن است:

$$N_p \text{ فشار} < 0.572 < \text{فشار } N_p \Rightarrow \text{فشار } N_p < 0.143 \times 4$$

۶۱ ۳ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند. در شرایط یکسان، یک میلی‌لیتر گاز He در مقایسه با گاز هیدروژن، جرم بیشتری دارد.

۶۲ ۴ اکسیژن به شکل‌های عنصری O_p، O، O_p، O⁺ و O_p⁺

در هواکره وجود دارد.

۶۳ ۳ عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

• در لایه ترموسفر که لایه سوم بوده همانند لایه تروپوسفر با افزایش ارتفاع، دما کاهش می‌یابد.

• در حدود ۲۰ درصد حجم هوای پاک و خشک لایه تروپوسفر را گاز اکسیژن تشکیل می‌دهد.